数　学　I

（全　問　必　答）

第１問　（配点　40）

〔１〕 a を定数とし，x の２次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + a^2 - a + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G と y 軸との交点の y 座標を Y とする。Y の値が最小になるのは $a = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときで，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。このときグラフ G は x 軸と異なる２点で交わり，その交点の x 座標は，

$$\frac{\boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

（数学 I 第１問は次ページに続く。）

(2) グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = -\boxed{ケ}$ のときで，このときのグラフを G_1 とする。

グラフ G が x 軸に接するのは $a = -\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ のときで，このときのグラフを G_2 とする。

グラフ G_1 を x 軸方向に $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{セソ}$ だけ平行移動するとグラフ G_2 に重なる。

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 大小2個のさいころを投げ，出た目の数をそれぞれ a，b とし，2次関数

$y = x^2 - \dfrac{b-2}{a}$ のグラフを C とする。

(1) グラフ C と x 軸との共有点の個数が0個である確率(すなわちグラフ C が x 軸と共有点をもたない確率)は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり，共有点の個数が1個である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$，共有点の個数が2個である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と x 軸との共有点の個数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(3) グラフ C と x 軸とが共有点をもち，かつ共有点の x 座標がすべて整数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第2問 （配点　30）

線分ABを直径とする半円周上に2点C，Dがあり，

$$AC = 2\sqrt{5},\ AD = 8,\ \tan\angle CAD = \frac{1}{2}$$

であるとする。さらに，線分ADと線分BCの交点をEとする。

このとき，

$$\cos\angle CAD = \frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$$

$$CD = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$$

である。

（数学I第2問は次ページに続く。）

また,

$\triangle$ADC の面積は $\boxed{\text{カ}}$

であり,

AB = $\boxed{\text{キク}}$, BD = $\boxed{\text{ケ}}$, DE = $\boxed{\text{コ}}$

である。

第3問 (配点 30)

数直線上の点Pを，さいころを投げて出た目の数だけ移動させることにする。移動する方向は，偶数の目なら正，奇数の目なら負とする。

(1) さいころを3回投げる。投げ終わったとき点Pが最初の位置に戻っているためには，偶数の目が $\boxed{\text{ア}}$ 回，奇数の目が $\boxed{\text{イ}}$ 回出る場合しかない。よって，点Pが最初の位置に戻っている目の出方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(2) さいころを4回投げる。投げ終わったとき点Pが最初の位置に戻っている確率を求めたい。

(i) さいころの目が2，$\boxed{\text{オ}}$，1，3の順に出た場合，点Pは最初の位置に戻っている。これらの数字2，$\boxed{\text{オ}}$，1，3を全部使って作られる順列の総数は $\boxed{\text{カキ}}$ 通りある。これらの場合もすべて，点Pは最初の位置に戻っている。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(ii) さいころの目が2，$\boxed{\text{ク}}$，1，5の順に出た場合，やはり点Pは最初の位置に戻っている。これらの数字2，$\boxed{\text{ク}}$，1，5を全部使って作られる順列の総数は$\boxed{\text{ケコ}}$通りある。

(iii) さいころを4回投げ終わったとき，点Pが最初の位置に戻っているためには，偶数の目が$\boxed{\text{サ}}$回，奇数の目が$\boxed{\text{シ}}$回出る場合しかない。よって，点Pが最初の位置に戻っている目の出方は$\boxed{\text{スセ}}$通りあり，求める確率は$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$である。