

数学 I ・ 数学 A

(全問必答)

第 1 問 (配点 20)

[1] $a = 3 + 2\sqrt{2}$, $b = 2 + \sqrt{3}$ とすると

$$\frac{1}{a} = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

$$\frac{1}{b} = \boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。このとき、不等式

$$|2abx - a^2| < b^2$$

を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}} < x < \boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

[2] 実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p: (a + b)^2 + (a - 2b)^2 < 5$$

$$q: |a + b| < 1 \text{ または } |a - 2b| < 2$$

(1) 次の①～④のうち、命題「 $q \implies p$ 」に対する反例になっているのは

チ である。

① $a = 0, b = 0$

② $a = 1, b = 0$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

(2) 命題「 $p \implies q$ 」の対偶は「 ツ \implies テ」である。

ツ, テ に当てはまるものを、次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。

① $|a + b| < 1$ かつ $|a - 2b| < 2$

② $(a + b)^2 + (a - 2b)^2 < 5$

③ $|a + b| < 1$ または $|a - 2b| < 2$

④ $(a + b)^2 + (a - 2b)^2 \leq 5$

⑤ $|a + b| \geq 1$ かつ $|a - 2b| \geq 2$

⑥ $(a + b)^2 + (a - 2b)^2 > 5$

⑦ $|a + b| \geq 1$ または $|a - 2b| \geq 2$

⑧ $(a + b)^2 + (a - 2b)^2 \geq 5$

(3) p は q であるための ト 。

ト に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが、十分条件ではない

③ 十分条件であるが、必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (配点 25)

a, b, c を定数とし, $a \neq 0, b \neq 0$ とする。 x の 2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフを G とする。 G が $y = -3x^2 + 12bx$ のグラフと同じ軸をもつとき

$$a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。 さらに, G が点 $(1, 2b - 1)$ を通るとき

$$c = b - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

が成り立つ。

以下, ②, ③ のとき, 2 次関数 ① とそのグラフ G を考える。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(1) G と x 軸が異なる 2 点で交わるような b の値の範囲は

$$b < \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < b$$

である。さらに、 G と x 軸の正の部分が異なる 2 点で交わるような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} < b < \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(2) $b > 0$ とする。

$0 \leq x \leq b$ における 2 次関数 ① の最小値が $-\frac{1}{4}$ であるとき、

$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。一方、 $x \geq b$ における 2 次関数 ① の最大値が 3 である

とき、 $b = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときの ① のグラフをそれぞれ G_1 , G_2 とす

る。 G_1 を x 軸方向に $\boxed{\text{テ}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{ト}}$ だけ平行移動すれば、 G_2 と一致する。

数学 I ・ 数学 A

第 3 問 (配点 30)

点 O を中心とする円 O の円周上に 4 点 A, B, C, D がこの順にある。四角形 ABCD の辺の長さは、それぞれ

$$AB = \sqrt{7}, \quad BC = 2\sqrt{7}, \quad CD = \sqrt{3}, \quad DA = 2\sqrt{3}$$

であるとする。

(1) $\angle ABC = \theta$, $AC = x$ とおくと, $\triangle ABC$ に着目して

$$x^2 = \boxed{\text{アイ}} - 28 \cos \theta$$

となる。また, $\triangle ACD$ に着目して

$$x^2 = 15 + \boxed{\text{ウエ}} \cos \theta$$

となる。よって, $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $x = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ であり, 円 O の半径は

$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

また, 四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 点 A における円 O の接線と点 D における円 O の接線の交点を E とすると、 $\angle OAE = \boxed{\text{シス}}$ ° である。また、線分 OE と辺 AD の交点を F とすると、 $\angle AFE = \boxed{\text{セソ}}$ ° であり、

$$OF \cdot OE = \boxed{\text{タ}}$$

である。

さらに、辺 AD の延長と線分 OC の延長の交点を G とする。点 E から直線 OG に垂線を下ろし、直線 OG との交点を H とする。

4 点 E, G, $\boxed{\text{チ}}$ は同一円周上にある。 $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを次の①～④から一つ選べ。

- ① C, F ② H, D ③ H, F ④ H, A ⑤ O, A

したがって

$$OH \cdot OG = \boxed{\text{ツ}}$$

である。

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

1 個のさいころを投げるとき、4 以下の目が出る確率 p は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、

5 以上の目が出る確率 q は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

以下では、1 個のさいころを 8 回繰り返して投げる。

(1) 8 回の中で 4 以下の目がちょうど 3 回出る確率は $\boxed{\text{オカ}} p^3 q^5$ である。

第 1 回目に 4 以下の目が出て、さらに次の 7 回の中で 4 以下の目がちょうど 2 回出る確率は $\boxed{\text{キク}} p^3 q^5$ である。

第 1 回目に 5 以上の目が出て、さらに次の 7 回の中で 4 以下の目がちょうど 3 回出る確率は $\boxed{\text{ケコ}} p^3 q^5$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 次の①～⑦のうち に等しいものは と である。ただし、 と は解答の順序を問わない。

- ① ${}_{7}C_2 \times {}_{7}C_3$ ② ${}_{8}C_1 \times {}_{8}C_2$ ③ ${}_{7}C_2 + {}_{7}C_3$ ④ ${}_{8}C_1 + {}_{8}C_2$
 ⑤ ${}_{7}C_4 \times {}_{7}C_5$ ⑥ ${}_{8}C_6 \times {}_{8}C_7$ ⑦ ${}_{7}C_4 + {}_{7}C_5$ ⑧ ${}_{8}C_6 + {}_{8}C_7$

(3) 得点を次のように定める。

8回の中で4以下の目がちょうど3回出た場合、

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ について、第 n 回目に初めて4以下の目が出たとき、得点は n 点とする。

また、4以下の目が出た回数がちょうど3回とならないときは、得点を0点とする。

このとき、得点が6点となる確率は p q であり、得点が3点となる確

率は p q である。また、得点の期待値は $\frac{\text{チツテ}}{\text{トナニ}}$ である。

問題と解答は、独立行政法人 大学入試センターホームページより転載しています。
ただし、著作権上の都合により、一部の問題・画像を省略しています。

日本一の学校情報



<http://www.js88.com>

インターネット塾・予備校情報サイト



<http://jyuku.js88.com>